الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة: 2017**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطة $A(1;-1;2)$ والمستوي (P) ذا المعادلة $x-y+z+2=0$ والمستقيم (D) المعرف بـ : $\begin{cases} x+y-9=0 \\ y+z-4=0 \end{cases}$

1) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

2) جد معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يشمل A ويوازي (P).

3) أثبت أنّ (D) يقطع (P') في النقطة A' حيث $A'(6;3;1)$.

4) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل A ويوازي (P) ويقطع (D).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$u_0=\dfrac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3-\dfrac{10}{u_n+4}$ و $v_n=\dfrac{u_n+2}{1-u_n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0<u_n<1$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة.

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{5}{2}$ ثمّ عبّر عن حدّها العام v_n بدلالة n.

ب) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=1-\dfrac{3}{v_n+1}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z+2)(z^2-4z+8)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

نعتبر النّقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A=2-2i$ ، $z_B=\overline{z}_A$ و $z_C=-2$

1) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسّي.

2) عيّن z_D لاحقة النّقطة D حتى تكون النّقطة B مركز ثقل المثلث ACD .

3) (Γ) مجموعة النّقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B) حيث $\arg\left(\dfrac{z_B-z}{z_A-z}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

تحقّق أنّ مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ) ثمّ عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

4) ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2 ، (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي h

عيّن طبيعة المجموعة (Γ') مع تحديد عناصرها المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D=\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ بـــ : $f(x)=\dfrac{2}{3}x+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ ،

$\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانيا.

2) احسب النهايات التالية : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

استنتج أنّ $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من D ، $f'(x)=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}8<\alpha<1{,}9$.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=\dfrac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ ثم أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

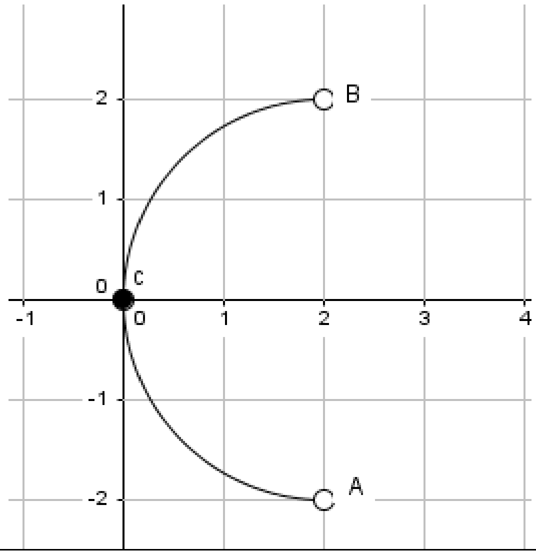
6) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى $\left(C_f\right)$.

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$$(2-3|m|)x+3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0 .$$

انتهى الموضوع الأول

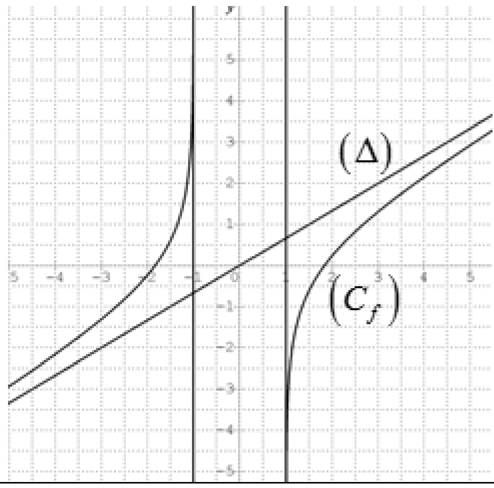
عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع
الموضـــــــــــــوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D). $\begin{cases} x=-\lambda+9 \\ y=\lambda \\ z=-\lambda+4 \end{cases} / \lambda\in\mathbb{R}$	01	01
2) معادلة (P') الذي يشمل A ويوازي (P). $x-y+z-4=0$	01	01
3) أثبات أنّ (D) يقطع (P') في النقطة A' حيث $A'(6;3;1)$.	01	01
4) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) $\begin{cases} (D)\cap(P')\cap(\Delta)=\{A'\} \\ A\in(\Delta) \end{cases}$ ومنه $(\Delta)=(AA')$ $\begin{cases} x=5t+1 \\ y=4t-1 \\ z=-t+2 \end{cases} / t\in\mathbb{R}$	01	01
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) أ) البرهان بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $0<u_n<1$.	01	01
ب)- بيان أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما $u_{n+1}-u_n=\frac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}>0$ - بما أن (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة	0.75 0.25	01
2) أ) بيان أنّ: $v_{n+1}=\frac{5}{2}v_n$ ومنه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ $v_0=3$ عبارة حدّها العام : $v_n=3\left(\frac{5}{2}\right)^n$	0.50 0.25 0.25	01
ب) إثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=1-\frac{3}{v_n+1}$ استنتاج النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$.	0.50 0.50	01
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) $\Delta=-16$ حل المعادلة: $\boldsymbol{S}=\{-2\,;2-2i\,;2+2i\}$.	0.25 0.75	01
1) الشكل الأسي: $z_A=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.	2×0.25	0.50
2) $z_D=6+8i$	01	01
3) التحقّق أنّ مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ)	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
(Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي حيث $(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB})=\frac{\pi}{2}+2\pi k \ / k\in\mathbb{Z}$	0.25	1.25
منه (Γ) هي نصف الدائرة المفتوحة التي حداها A و B وقطرها $[AB]$ وتشمل O	0.50	
إنشاء (Γ): 	0.25	
4) العبارة المركبة للتحاكي h هي: $z'=2z+2$	0.50	1.25
المجموعة (Γ') هي نصف الدائرة المفتوحة التي حداها النقطتين A' و B' والتي تشمل ω ذات	0.25	
اللاحقة 2 حيث $z_{A'}=6-4i\ ;\ z_{B'}=6+4i$	0.50	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) بيان أنّ الدالة f فردية	0.50	0.75
التفسير البياني: المبدأ O مركز تناظر للمنحني (C_f)	0.25	
2) $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} -1} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	0.25×4	1.50
من النهايات السابقة نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب معادلتيهما $x=-1\ ;\ x=1$	2×0.25	
3) أ) بيان أنّ من أجل كل x من D ، $f'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.	0.50	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th></tr>
<tr><th>المجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>1.25</td><td>0.25

0.50</td><td>ب) اتجاه تغيّر الدالة f : f متزايدة تماما على كل مجال من D

جدول تغيراتها
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">$+$</td><td></td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td colspan="2">$-\infty \nearrow +\infty$</td><td></td><td>$-\infty \nearrow +\infty$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.75</td><td>4) بيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,8 < \alpha < 1,9$.</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.50

0.50</td><td>5) (Δ) مقارب مائل لأن : $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-\frac{2}{3}x\right]=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$
الوضع النسبي: (C_f)فوق (Δ) من اجل $x<-1$ و (C_f)تحت(Δ) من اجل $x>1$</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.75</td><td>6) انشاء المستقيم(Δ) والمنحنى (C_f).

</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.25

0.25

2×0.25</td><td>7) $(2-3|m|)x+3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$ تكافئ $f(x)=|m|x$
حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع(C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=|m|x$
إذا كان $m\in\left]-\infty;-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ فان المعادلة لا تقبل حلول
إذا كان $m\in\left]-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right[$ فان المعادلة تقبل حلين متمايزين</td></tr>
</table>